Ya podeis ir haciendo los siguientes EJERCICIOS PROPUESTOS

2.1) Estima, en orden de magnitud, la relación entre la fuerza electrostática y la fuerza gravitatoria entre el núcleo y el electrón de un átomo de hidrógeno.

DATOS: Carga del electrón = $-1.6\cdot10^{-19}$ C. Masa del electrón = $9.11\cdot10^{-31}$ kg. Carga del protón $=1.6\cdot10^{-19}$ C. Masa del protón = $1.67\cdot10^{-27}$ kg. Distancia media electrón -protón = $5.3\cdot10^{-11}$ m

2.2) Dos cargas, Q1 = 9 µC y Q2 = -4 µC están separadas entre sí por una distancia de 2 m. Encuentra la posición respecto a Q1 a la que debe colocarse una tercera carga Q3 de 1 µC para que la fuerza ejercida sobre esta última sea nula.

2.3) Tres cargas de 1 C, 2 C y 3 C se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero de lado a = 1 mm. a) Obtenga la fuerza que las dos primeras cargas ejercen sobre la tercera. b) ¿Dónde habría que situar la tercera carga para que ésta no sufriese fuerza alguna?

Sol 2.1

(2.1) F_e y F_g entre núcleo (1p) y el electrón de un átomo de H.

$q_e = -1'6 \cdot 10^{-19}\, C$

$m_e = 9'11 \cdot 10^{-31}\, Kg$

$m_p = 1'67 \cdot 10^{-27}\, Kg$

dist. media $e^- - p = 5'3 \cdot 10^{-11}\, m$

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ $\quad K = 9 \cdot 10^9$

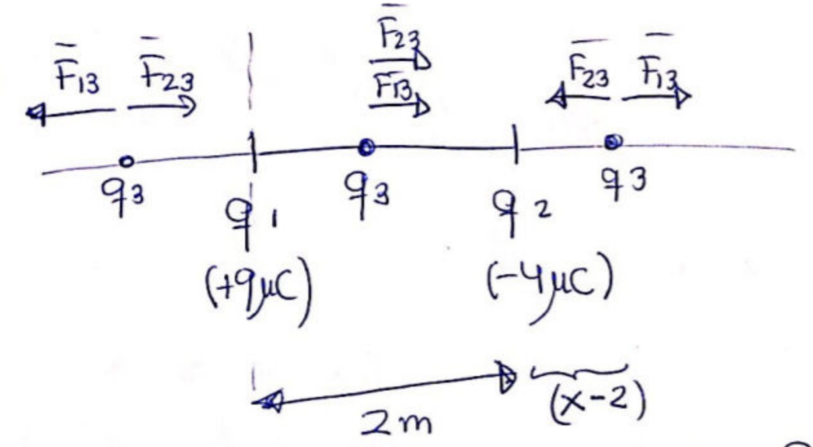
$$F_e = K \frac{q_e q_p}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 (-1'6 \cdot 10^{-19} C)(1'6 \cdot 10^{-19} C)}{(5'3 \cdot 10^{-11})^2} = \underline{-8'2 \cdot 10^{-8} N}$$

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot (9'1 \cdot 10^{-31} kg)(9'1 \cdot 10^{-27} kg)}{(5'3 \cdot 10^{-11})^2} = \underline{3'6 \cdot 10^{-47} N}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = 2'27 \cdot 10^{39} \Rightarrow \boxed{F_e \sim 10^{39} F_g}$$

Sol 2.2

2.2.



x_{q_3}? / $\vec{F}_{q_3}=0$

Entre las 2 cargas no es posible que las F se anulen, Miramos en las otras 2 regiones ($x>2$ y $x<0$)

a) $x>2$, $|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}|$ $\left|\dfrac{\cancel{K}\, q_1 \cancel{q_3}}{x^2}\right| = \left|\dfrac{\cancel{K}\, q_2 \cancel{q_3}}{(x-2)^2}\right|$

$$q_1 (x-2)^2 = q_2\, x^2$$

$$\cancel{10^{-6}} \cdot 9 (x-2)^2 = 4x^2 \cdot \cancel{10^{-6}}$$

$9(x-2)^2 = 4x^2 \; ; \; 9(x^2-4x+4) = 4x^2 \; ;$

$9x^2 - 4x^2 - 36x + 36 = 0$

$5x^2 - 36x + 36 = 0$

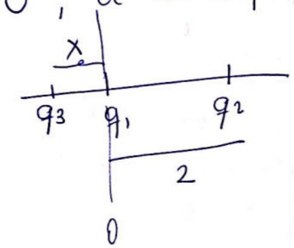
$$x = \frac{36 \pm \sqrt{36^2 - 4\cdot 5\cdot 36}}{10} = \frac{36 \pm \sqrt{1296 - 720}}{10} = \frac{36 \pm \sqrt{576}}{10}$$

$$= \frac{36 \pm 24}{10} = \begin{cases} \rightarrow \dfrac{36+24}{10} = \dfrac{60}{10} = 6 \\ \rightarrow \dfrac{36-24}{10} = \dfrac{12}{10} = \cancel{1'2} \end{cases}$$

No es posible quedaría entre las cargas!

$x = 6 \Rightarrow \left(d_{q_1 q_3} \; 6 \right)$

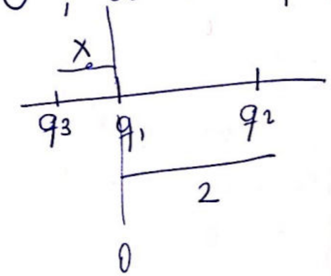
b) $x<0$, a la izquierda de q_1,



Utilizamos x en valor absoluto como distancia a la izda de q_1

$|F_{q_1 q_3}| = |F_{q_2 q_3}|$

b) $x<0$, a la izquierda de q_1 ,



Utilizamos x en valor absoluto como distancia a la izda de q_1

$$|F_{q_1 q_3}| = |F_{q_2 q_3}|$$

$$\left|\frac{\cancel{K} q_1 \cancel{q_3}}{x^2}\right| = \left|\frac{\cancel{K} q_2 \cancel{q_3}}{(x+2)^2}\right| \qquad \left|\frac{q_1}{x^2}\right| = \left|\frac{q_2}{(x+2)^2}\right|$$

$$\frac{9}{x^2} = \frac{4}{(x+2)^2} \; ; \quad 9(x+2)^2 = 4x^2 \, , \quad 9(x^2+4x+4) = 4x^2 \, ,$$

$$9x^2 - 4x^2 + 36x + 36 = 0 \, , \quad 5x^2 + 36x + 36 = 0 \, ,$$

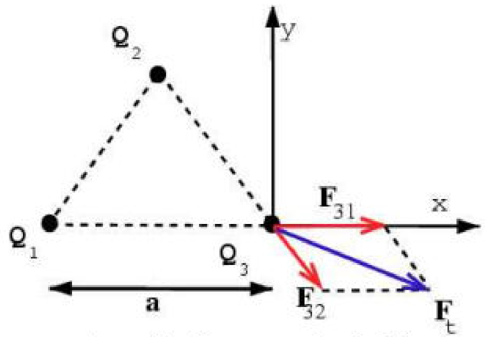
$$x = \frac{-36 \pm \sqrt{36^2 - 4 \cdot 5 \cdot 36}}{10} = \frac{-36 \pm \sqrt{576}}{10} = \frac{-36 \pm 24}{10} =$$

$$x = \begin{cases} \dfrac{-36+24}{10} = \dfrac{-12}{10} = -1{,}2 \\[2ex] \dfrac{-36-24}{10} = -\dfrac{60}{10} = -6 \end{cases}$$

Distancias negativas ! No posibles !

Sol 2.3

3.1. Tres cargas de $1\mu C$,$2\mu C$, y $3\mu C$, se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero de lado $a = 1mm$. a) Obtenga la fuerza que las dos primeras cargas ejercen sobre la tercera. b) ¿Dónde habría que situar la tercera carga para que ésta no sufriese fuerza alguna?



La fuerza que una carga b ejerce sobre una carga a

$$\mathbf{F}_{ab} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_a q_b}{r_{ab}^2}\mathbf{u}_{ab}$$

donde r_{ab} es la distancia entre las partículas, q_a y q_b sus cargas y $\mathbf{u}_{ab}$ un vector unitario que va desde b hacia a (Los caracteres en negrita en las ecuaciones se refieren a vectores).

Si consideramos que la tercera carga está situada en el origen de coordenadas, $\mathbf{r}_3 = (0,0)$ la partícula 1 estará situada en

$$\mathbf{r}_1 = (-a, 0)$$

mientras que la carga 2 estará situada en

$$\mathbf{r}_2 = (-acos(\theta), asen(\theta)) = \left(-\frac{a}{2}, a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

por tanto, los vectores unitarios que unen las cargas 1 y 2 con la 3 son, respectivamente

$$\mathbf{u}_{31} = (1, 0)$$

$$\mathbf{u}_{32} = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

con esto,

$$\mathbf{F}_{31} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{a^2}(1,0)$$

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{a^2}\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

considerando que $q_2 = 2q_1$ la fuerza total sobre la particula 3 es

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{31} + \mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{a^2}\begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Para obtener una condición de fuerza nula debemos situar la tercera carga en algún punto en la linea que une las cargas 1 y 2. si llamanos

l a la distancia de la carga 3 a la 1, entonces $a-l$ será la distancia de la carga 2 a la 3, la fuerza neta puede ponerse entonces como

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_3}{l^2} - \frac{q_2 q_3}{(a-l)^2}\right)$$

considerando ademas que $q_2 - 2q_1$, tendremos

$$F = \frac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{l^2} - \frac{2}{(a-l)^2}\right) = 0 \Rightarrow (a-l)^2 - 2l^2 = 0$$

la solución de esta ecuación es

$$l = \frac{1}{2} - 2a \pm \sqrt{4a^2 + 4a^2}$$

la solución válida se encuentra para $0 \leq l \leq a$, y por tanto debemos tomar el signo positivo en la raiz, sustituyendo tenemos

$$l = a\left(\sqrt{2} - 1\right)$$

Ya podeis ir haciendo los siguientes Ejercicios propuestos

2.4) ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre un electrón situado en un punto donde hay un campo eléctrico $E=(4\cdot10^4$ N/C) i?

2.5) Una carga puntual q1 = +1,6nC esta colocada en un vértice de un cuadrado, de 0,5 m de lado, y una carga q2 = −2,4nC esta situada en el vértice diagonalmente opuesto del mismo cuadrado. ¿Cual es el módulo del campo eléctrico en cualquiera de los otros dos vértices?

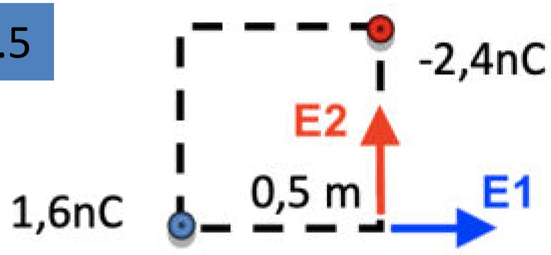
2.6) Una carga puntual de valor −5 μC está localizada en la posición x = 4 m, y= −2 m. Una segunda carga puntual de valor 12 μC se localiza en x= 1 m, y = 2 m.

(a) Calcular la magnitud y dirección del campo eléctrico en la posición x = −1 m, y = 0.

(b) Calcular la magnitud y dirección de la Fuerza que experimenta un electrón situado en x = −1 m, y = 0.

Sol 2.4 $-6.4\cdot10^{-15}$ N i

Sol 2.5



- Como el campo eléctrico es igual en ambos vértices solo vamos a calcularlo en uno de ellos. Tal y como hicimos en el ejercicio 1, el campo eléctrico en el vértice es igual a la suma de los campos creados **por cada carga** en dicho punto.

- Calculamos el campo creado por la carga q_1:

$$\overrightarrow{E_1} = |k\frac{q_1}{r^2}|\overrightarrow{u_r} = |9\cdot10^9\frac{1{,}6\cdot10^{-9}}{0{,}5^2}|\overrightarrow{i} = 57{,}6\frac{V}{m}\overrightarrow{i}$$

- Calculamos el campo creado por la carga q_2:

$$\overrightarrow{E_2} = |9\cdot10^9\frac{-2{,}4\cdot10^{-9}}{0{,}5^2}|\overrightarrow{j} = 86{,}4\frac{V}{m}\overrightarrow{j}$$

OJO con los signos, el campo creado por la carga q_1 tiene sentido positivo del eje x, mientras que el creado por la carga q_2 tiene sentido positivo del eje y.

- Calculamos el módulo del campo eléctrico resultante:

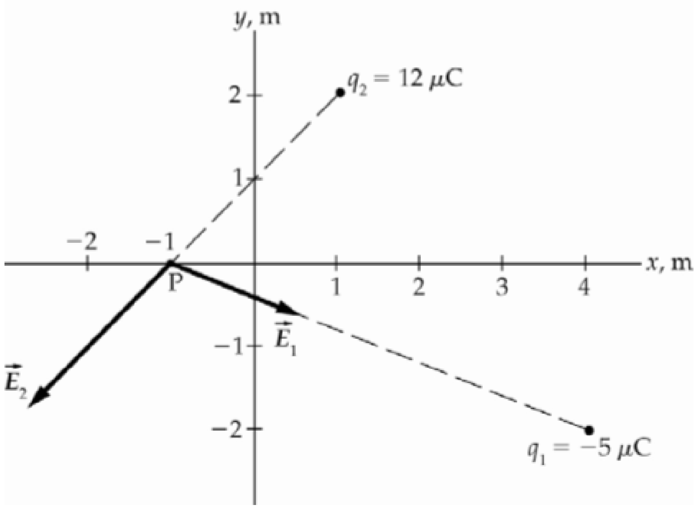
$$\boxed{\overrightarrow{E} = 57{,}6\frac{N}{C}\overrightarrow{i} + 86{,}4\frac{V}{m}\overrightarrow{j}}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{57{,}6^2 + 86{,}4^2} = 104\frac{V}{m}$$

$$\boxed{E = 104\frac{V}{m}}$$

Sol 2.6

Picture the Problem The diagram shows the electric field vectors at the point of interest P due to the two charges. We can use Coulomb's law for $\vec{E}$ due to point charges and the superposition principle for electric fields to find $\vec{E}_P$. We can apply $\vec{F} = q\vec{E}$ to find the force on an electron at (−1 m, 0).



(*a*) Express the electric field at (−1 m, 0) due to the charges q_1 and q_2:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Evaluate $\vec{E}_1$:

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{r_{1,P}^2}\hat{r}_{1,P} = \frac{(8.99\times10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(-5\ \mu\text{C})}{(5\ \text{m})^2 + (2\ \text{m})^2}\left(\frac{(-5\ \text{m})\hat{i} + (2\ \text{m})\hat{j}}{\sqrt{(5\ \text{m})^2 + (2\ \text{m})^2}}\right)$$
$$= (-1.55\times10^3\ \text{N/C})(-0.928\,\hat{i} + 0.371\,\hat{j})$$
$$= (1.44\ \text{kN/C})\hat{i} + (-0.575\ \text{kN/C})\hat{j}$$

Evaluate $\vec{E}_2$:

$$\vec{E}_2 = \frac{kq_2}{r_{2,P}^2}\hat{r}_{2,P} = \frac{(8.99\times10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(12\ \mu\text{C})}{(2\ \text{m})^2 + (2\ \text{m})^2}\left(\frac{(-2\ \text{m})\hat{i} + (-2\ \text{m})\hat{j}}{\sqrt{(2\ \text{m})^2 + (2\ \text{m})^2}}\right)$$
$$= (13.5\times10^3\ \text{N/C})(-0.707\,\hat{i} - 0.707\,\hat{j})$$
$$= (-9.54\ \text{kN/C})\hat{i} + (-9.54\ \text{kN/C})\hat{j}$$

Substitute for $\vec{E}_1$ and $\vec{E}_2$ and simplify to find $\vec{E}_P$:

$$\vec{E}_P = (1.44\ \text{kN/C})\hat{i} + (-0.575\ \text{kN/C})\hat{j} + (-9.54\ \text{kN/C})\hat{i} + (-9.54\ \text{kN/C})\hat{j}$$
$$= (-8.10\ \text{kN/C})\hat{i} + (-10.1\ \text{kN/C})\hat{j}$$

The magnitude of $\vec{E}_P$ is:

$$E_P = \sqrt{(-8.10\ \text{kN/C})^2 + (-10.1\ \text{kN/C})^2} = \boxed{12.9\ \text{kN/C}}$$

The direction of $\vec{E}_P$ is:

$$\theta_E = \tan^{-1}\left(\frac{-10.1\ \text{kN/C}}{-8.10\ \text{kN/C}}\right) = \boxed{231°}$$

Note that the angle returned by your calculator for $\tan^{-1}\left(\frac{-10.1\ \text{kN/C}}{-8.10\ \text{kN/C}}\right)$ is the reference angle and must be increased by 180° to yield θ_E.

(*b*) Express and evaluate the force on an electron at point P:

$$\vec{F} = q\vec{E}_P = (-1.602\times10^{-19}\ \text{C})\left[(-8.10\ \text{kN/C})\hat{i} + (-10.1\ \text{kN/C})\hat{j}\right]$$
$$= (1.30\times10^{-15}\ \text{N})\hat{i} + (1.62\times10^{-15}\ \text{N})\hat{j}$$

Find the magnitude of $\vec{F}$:

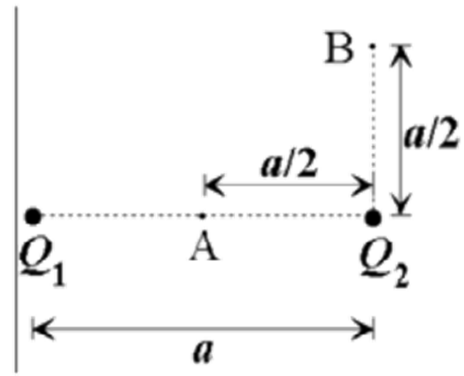
$$F = \sqrt{(1.30\times10^{-15}\ \text{N})^2 + (1.62\times10^{-15}\ \text{N})^2} = \boxed{2.08\times10^{-15}\ \text{N}}$$

Find the direction of $\vec{F}$:

$$\theta_F = \tan^{-1}\left(\frac{1.62\times10^{-15}\ \text{N}}{1.3\times10^{-15}\ \text{N}}\right) = \boxed{51.3°}$$

Ya podéis ir haciendo los Ejercicios propuestos

2.7) Dos cargas puntuales fijas, de valores Q1 = 25 nC y Q2 = –10 nC, se encuentran a una distancia a = 10 cm. Calcule a) El campo eléctrico (módulo y orientación) en los puntos A y B de la figura adjunta. b) El trabajo mínimo que sería necesario efectuar para separar las cargas otros diez centímetros.

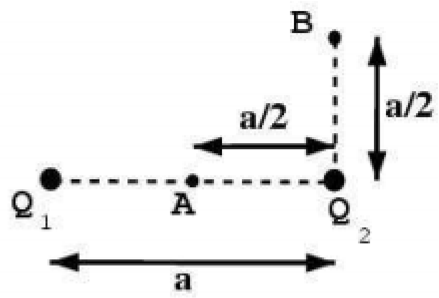


2.8) Se tienen dos cargas puntuales: q1 = 3 nC en el punto de coordenadas (0, 2) y q2 = -8 nC en el punto de coordenadas (0, - 4) (en metros). K = 9 10^9 Nm^2/C^2

a) Hacer un esquema de las cargas y calcular el campo eléctrico en el punto de coordenadas (0, 0).
b) Calcular el campo eléctrico en el punto de coordenadas (0, 5).
c) Calcular el potencial eléctrico en el punto (0, 0) y en el (0, 5).

Sol 2.7

3.4. Dos cargas puntuales fijas, de valores $Q_1 = 25nC$ y $Q_2 = -10nC$, se encuentran a una distancia $a = 10cm$. Calcule
a) El campo eléctrico (módulo y orientación) en los puntos A y B de la figura adjunta.
b) El trabajo mínimo que sería necesario efectuar para separar las cargas otros diez centímetros.



El potencial electrostático en el punto A es

$$V_a = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2}{a}$$

ya que la distancia de A a cada carga es $a/2$.
tomamos las posiciones de la carga Q_1 y Q_2 como

$$\mathbf{r}_1 = (-a, 0)$$

$$\mathbf{r}_2 = (0, 0)$$

las posiciones de los puntos A y B de la figura son

$$\mathbf{r}_A = (-a/2, 0)$$

$$\mathbf{r}_B = (0, a/2)$$

por tanto, el campo eléctrico que genera la la partícula 1 en A es

$$\mathbf{E}_{A1} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(a/2)^2}(1, 0)$$

la 2 en A

$$\mathbf{E}_{A2} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(a/2)^2}(-1,0)$$

El campo total en A es por tanto

$$\mathbf{E}_A = \mathbf{E}_{A1} + \mathbf{E}_{A2} = \frac{Q_1 - Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4}{a^2}(1,0)$$

El potencial electrico el el punto B es la suma de los potenciales creados por la particula 1 y la 2. La distancia de B a la particula 2 es

$$d_{B1} = a/2$$

mientras que la distancia de B a 2 es

$$d_{B2} = a\sqrt{1+1/4} = a\sqrt{5/4}$$

por tanto el potencial electrostatico en el punto B es

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{d_{B1}} + \frac{Q_2}{d_{B2}}\right)$$

Para hallar el campo en el punto B procedemos de forma analoga, primero calculamos vectores unitarios que van de cada carga al punto B,

$$\mathbf{u}_{B1} = (a, a/2)\frac{1}{\sqrt{a^2+(a/2)^2}} = \sqrt{\frac{4}{5}}(1,1/2)$$

$$\mathbf{u}_{B2} = (0,1)$$

con esto,

$$\mathbf{E}_{B1} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a5/4}\sqrt{\frac{4}{5}}(1,1/2) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2}\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}(1,1/2)$$

$$\mathbf{E}_{B2} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4}{a^2}(0,1)$$

el campo total en el punto B tiene componentes

$$(\mathbf{E}_B)_x = (\mathbf{E}_{B1})_x + (\mathbf{E}_{B2})_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{a^2}\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}$$

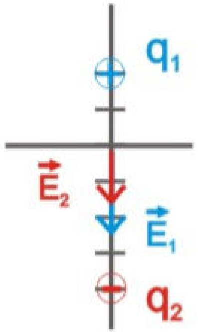
$$(\mathbf{E}_B)_y = (\mathbf{E}_{B1})_y + (\mathbf{E}_{B2})_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}Q_1 + 4Q_2\right)$$

El trabajo mínimo para separar las cargas otros $10cm$ $(a \to 2a)$ equivale a la diferencia de energía electrostática entre las situaciones inicial y final

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{a} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{2a} = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2a}$$

Sol 2.8

a)



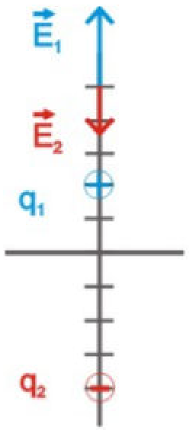
$\vec{E}_1 \; y \; \vec{E}_2$ tienen el mismo sentido en (0, 0)

$$\vec{E}_1 = k\frac{q_1}{r_1^2}(-\vec{j}) = -9\,10^9\,\frac{3\,10^{-9}}{2^2}\vec{j} = -6.75\,\vec{j}$$

$$\vec{E}_2 = k\frac{q_2}{r_2^2}(-\vec{j}) = -9\,10^9\,\frac{8\,10^{-9}}{4^2}\vec{j} = -4.5\,\vec{j}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -(6.75+4.5)\vec{j} = -11.25\vec{j}\;(N/C)$$

b)



$\vec{E}_1 \; y \; \vec{E}_2$ tienen sentido opuesto en (0, 5)

$$\vec{E}_1 = k\frac{q_1}{r_1^2}\vec{j} = 9\,10^9\,\frac{3\,10^{-9}}{3^2}\vec{j} = 3\,\vec{j}$$

$$\vec{E}_2 = k\frac{q_2}{r_2^2}(-\vec{j}) = -9\,10^9\,\frac{8\,10^{-9}}{9^2}\vec{j} = -0.89\,\vec{j}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (3-0.89)\,\vec{j} = 2.11\,\vec{j}\;(N/C)$$

c)

$$V = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2}$$

$$V_{(0,0)} = 9\,10^9\,\frac{3\,10^{-9}}{2} + 9\,10^9\,\frac{-8\,10^{-9}}{4} = 13.5 - 18 = -\,4.5\;V$$

$$V_{(0,5)} = 9\,10^9\,\frac{3\,10^{-9}}{3} + 9\,10^9\,\frac{-8\,10^{-9}}{9} = 9 - 8 = 1\;V$$

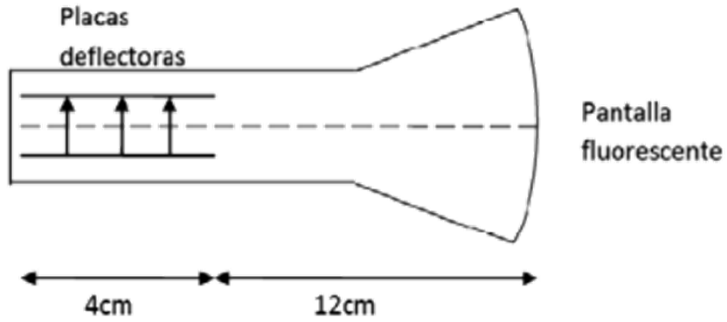
Ya podeis hacer los Ejercicios propuestos

2.9.) Un electrón cuya energía cinética es 2×10^{-16} J se mueve hacia la derecha a lo largo del eje del tubo de rayos catódicos como se indica en la figura. Las placas deflectoras tienen una densidad de carga $\sigma = \pm1.77\ 10^{-1}$ pC/mm^2 , estando la placa inferior cargada positivamente y la superior negativamente. Ambas generan un campo eléctrico E en la región comprendida entre dichas placas. En cualquier otro sitio E=0.

a) ¿A qué distancia del eje del tubo se encuentra el electrón cuando alcanza el extremo de las placas?

b) ¿Bajo qué ángulo respecto del eje se mueve el electrón?

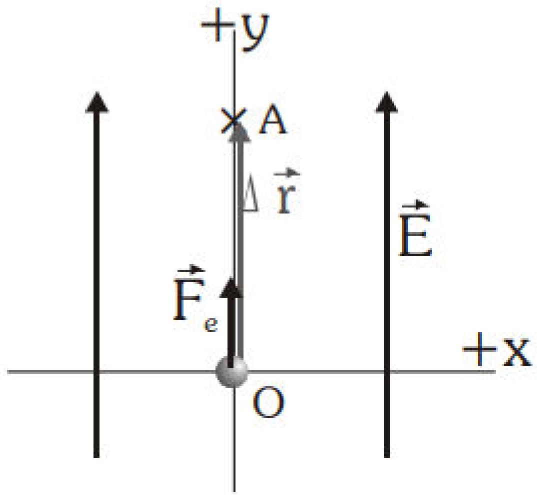
c) A qué distancia del eje se encuentra el electrón cuando choca contra la pantalla fluorescente?



2.10) Una partícula de carga $6\cdot10^{-6}$ C se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 N/C, dirigido en el sentido positivo del eje OY.

a) Describa la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento? , ¿en qué se convierte dicha variación de energía?

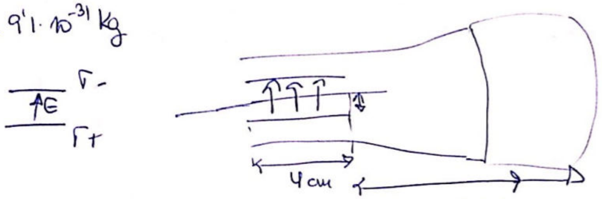
b) Calcule el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A



Sol 2.9

(9) $E_c = 2\cdot10^{-16}$ J $\longrightarrow e^-$ $\sigma = \pm 1'77\cdot10^{-1}$ pC/mm^2 (2a,7)

$m_e = 9'1\cdot10^{-31}$ kg



a) Distancia eje tubo a la salida (4cm)

b) θ ?

c) Dist. eje cuando choca pantalla (+12cm) ?

$$(x) \quad \vec{V}_x = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot2\cdot10^{-16}}{9'11\cdot10^{-31}}} = \underline{2{,}095\cdot10^{7}\ \text{m/s}}$$

$$(y) \quad |\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \ \text{condensador} = \frac{1'77\cdot10^{-1}\cdot10^{-12}/10^{-6}}{(8'85\cdot10^{-12})} =$$

$$= 2\cdot10^{4}\ \text{V/m} = 2\cdot10^{-4}\ \text{N/C}$$

$$F_e = q|\vec{E}| = m_e a \rightarrow \vec{a} = \frac{q|E|}{m_e} = -3'517\cdot10^{15}\ \hat{j}\ \text{m/s}$$

a_y ,

De $v_x = \frac{d}{t}$ → para 4 cm de placas →

$$\boxed{t = \frac{d}{v_x} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{2{,}095 \cdot 10^{7}} = 1'909 \cdot 10^{-9}\,s}$$

A la salida placas

$$\boxed{v_{xf} = v_{x0}}$$

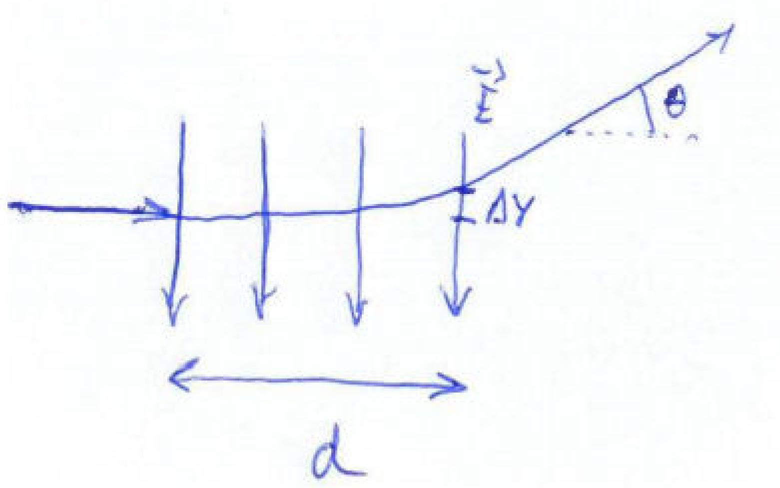
$$\boxed{v_{yf} = a_y t = -3'517 \cdot 10^{15} \cdot 1'909 \cdot 10^{-9} = -6'714 \cdot 10^{6}\,m/s}$$

$$\boxed{y_f = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2}\left(-3'517 \cdot 10^{15} \cdot (1'9 \cdot 10^{-9})^2\right) = -6'408 \cdot 10^{-3}\,m}$$

Negativo!!

3.9. Un electrón describe un movimiento rectilíneo horizontal con una energía cinética de $3000eV$. En un momento dado, entra en una región en la que existe un campo electrostático vertical cuyo valor es $E = 2 \times 10^4 V/m$. Si la anchura de dicha región es $d = 5cm$ d, obtenga el desplazamiento vertical del electrón justo en el momento en el que sale de dicha región y el ángulo con el que el electrón sale deflectado.

Problema similar al 2.9



Consideramos que el campo esta en la dirección y, $E = -E\mathbf{u}_y$, es decir la fuerza es en la dirección positiva del eje y, $\mathbf{F} = eE\mathbf{u}_y$. Por otra parte, en la dirección perpendicular al campo no hay fuerza, de modo que el movimiento en esta dirección es uniforme, a velocidad constante. El tiempo que el electrón tarda en abandonar la región donde el campo es no nulo es

$$\Delta t = \frac{d}{v_x}$$

donde v_x es la velocidad en el eje perpendicular al campo, y d es la distancia recorrida en esa direccion, $d = 5cm$. La velocidad v_x podemos obtenerla a partir de la energia cinética del electrón incidente,

$$v_x = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}$$

tenemos, según el enunciado, $E_c = 3000eV = 3000 \times 1{,}602 \times 10^{-19} J = 4{,}806 \times 10^{-16} J$
con estos valores

$$\Delta t = \sqrt{\frac{m_e}{2E_c}} d = 1{,}54 \times 10^{-9} s$$

En la dirección y tenemos una fuerza constante $\mathbf{F} = eE\mathbf{u}_y$ que actua durante un tiempo Δt , si consideramos que la posicion y de la partícula cuando entra en la región donde hay campo es $y = 0$, entonces $y(t)$ es

$$y(t) = \frac{eE}{2m_e} t^2$$

asi, el desplazamiento vertical es, al cabo de un tiempo Δt

$$\Delta y = \frac{eE}{2m_e}\left(\Delta t\right)^2 = \frac{eE}{2m_e}\frac{m_e}{2E_c}d^2 = \frac{eE}{4E_c}d^2 = 4{,}17mm$$

la velocidad en la dirección y es

$$v_y(t) = \frac{eE}{m_e}t$$

al cabo de un tiempo Δt la velocidad es

$$v_y(\Delta t) = \frac{eE}{m_e}\Delta t = \frac{eE}{\sqrt{2E_c m_e}}$$

El ángulo que forma la trayectoria del electrón con la horizontal a la salida de la región con campo verifica

$$tg(\theta) = \frac{v_y(\Delta t)}{v_x(\Delta t)} = \frac{eE}{2E_c} \Rightarrow \theta = arctg\left(\frac{v_y(\Delta t)}{v_x(\Delta t)}\right) = arctg\left(\frac{eE}{3E_c}\right) = 9{,}46^o$$

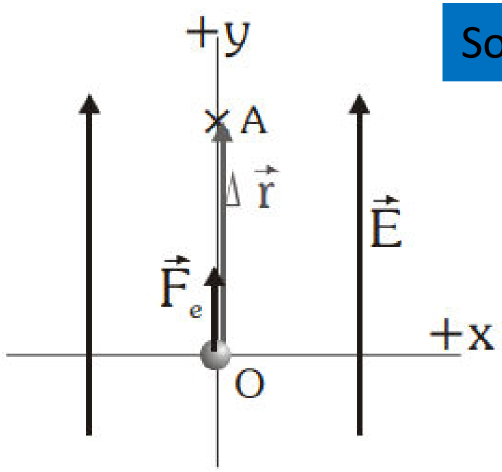
a)

Nos encontramos ante una partícula dentro de un campo electrostático uniforme.

La partícula sufrirá una fuerza eléctrica debido a la acción del campo electrostático. Dicha fuerza viene dada por $\vec{F}_e = q\cdot\vec{E}$, y la aceleración que sufre, aplicando la segunda ley de Newton: $\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q\cdot\vec{E}}{m} = cte$

La aceleración es constante, y como tanto q como m son positivas, va en la misma dirección y sentido que el campo.

Como la aceleración es constante, la partícula sigue un movimiento uniformemente acelerado. La trayectoria será recta, ya que parte del reposo. La velocidad será siempre paralela a la aceleración (y al campo eléctrico).



Sol 2.10

La energía potencial electrostática está relacionada con la fuerza electrostática mediante la relación $\Delta Ep_e = -W_{Fe}$. En este caso el trabajo realizado por la fuerza electrostática es positivo, ya que va a favor del desplazamiento. Así, la variación de energía potencial será negativa, con lo que Ep_e disminuirá.

Ya que la fuerza electrostática es conservativa, se cumple que $\Delta Ec = -\Delta Ep_e$ La disminución de energía potencial se traduce en un aumento de energía cinética.

(También puede razonarse aplicando el teorema de las fuerzas vivas $\Delta Ec = W_{TOT}$)

b) Datos: $\vec{E} = 500\ \vec{j}\ \frac{N}{C}$; $\Delta\vec{r} = 2\ \vec{j}\ m$; $q = 6\cdot 10^{-6}\ C$

La fuerza electrostática que sufre la partícula es constante ($\vec{F}_e = q\cdot\vec{E} = cte$). En ese caso, podemos calcular el trabajo realizado mediante la expresión $W_{Fe} = \vec{F}_e\cdot\Delta\vec{r} = q\cdot\vec{E}\cdot\Delta\vec{r} = 6\cdot 10^{-6} C\cdot 500\ \vec{j}\ \frac{N}{C}\cdot 2\ \vec{j}\ m = 6\cdot 10^{-3}\ J$

La diferencia de potencial la calculamos a partir de la variación de energía potencial:

$$\Delta V = \frac{\Delta Ep_e}{q} = \frac{-W_{Fe}}{q} = \frac{-6\cdot 10^{-3}\ J}{6\cdot 10^{-6}\ C} = -1000\ V$$

(Calculado de otra forma: $\Delta V = -\vec{E}\cdot\Delta\vec{r} = -500\ \vec{j}\ \frac{N}{C}\cdot 2\ \vec{j}\ m = -1000\ V$)

$V_A - V_O$ = -1000 V → $V_O - V_A$ = 1000 V

¿Verdadero o Falso?

“El trabajo necesario para transportar una carga eléctrica de un punto a otro que se encuentran a distinto potencial eléctrico, es nulo”.

Bajo la única acción de la fuerza electrostática las cargas eléctricas negativas se mueven hacia donde aumenta su energía potencial electrostática

¿Verdadero o Falso?

"El trabajo necesario para transportar una carga eléctrica de un punto a otro que se encuentran a distinto potencial eléctrico, es nulo".

FALSO

Recordemos que el trabajo realizado por una fuerza (en este caso la fuerza eléctrica) que actúa sobre un cuerpo durante un desplazamiento entre dos puntos venía dado por la expresión $W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$

También hemos de tener en cuenta que la fuerza electrostática es conservativa, es decir, que el trabajo realizado sólo depende de los puntos inicial y final, no del camino recorrido entre ambos puntos. Esto hace que el trabajo puede calcularse como la diferencia entre dos valores de una función asociada, denominada energía potencial $W_{Fe} = -\Delta Ep_e = -q \cdot \Delta V$, ya que $Ep_e = q \cdot V$, siendo V el potencial eléctrostático (energía almacenada por unidad de carga colocada en el interior del campo electrostático).

En el enunciado nos dicen que ambos puntos están a distinto potencial eléctrico, con lo que $\Delta V \neq 0$. Como $q \neq 0$, vemos que el trabajo no puede ser nulo en ningún caso. La afirmación es falsa.

Bajo la única acción de la fuerza electrostática las cargas eléctricas negativas se mueven hacia donde aumenta su energía potencial electrostática

FALSO

Bajo la única acción de la fuerza electrostática, **todas las cargas tienden a moverse de modo que el trabajo de la fuerza sea positivo, es decir, de modo que disminuye su energía potencial**.

¿Verdadero o Falso?

“Las líneas de campo eléctrico son siempre paralelas a las superficies equipotenciales.”

“Cuando en una región del espacio el campo eléctrico es nulo, también lo es el potencial eléctrico”.

”El trabajo de la fuerza electrostática para llevar una carga de un punto a otro depende de la variación de potencial eléctrico entre esos dos puntos”.

Cuestiones

¿Verdadero o Falso?

“Las líneas de campo eléctrico son siempre paralelas a las superficies equipotenciales.”

FALSO

E es SIEMPRE *perpendicular* a las superficies *equipotenciales* (V = cte.)

“Cuando en una región del espacio el campo eléctrico es nulo, también lo es el potencial eléctrico”.

FALSO

$$\Delta V = V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q} = -\int_a^b \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{r}$$

De esta expresión se deduce que en una región del espacio en la que **el campo eléctrico es nulo, el potencial es constante**.

”El trabajo de la fuerza electrostática para llevar una carga de un punto a otro depende de la variación de potencial eléctrico entre esos dos puntos”.

VERDADERO

$$W_{Fe} = -\Delta Ep_e = -q\,\Delta V$$

Cuestiones

En una región del espacio el potencial electrostático aumenta en el sentido positivo del eje Z y no cambia en las direcciones de los otros dos ejes.

a) Dibujar en un esquema las líneas del campo electrostático y las superficies equipotenciales.

b) ¿En qué dirección y sentido se moverá un electrón, inicialmente en reposo?

a) Recordemos los conceptos que están en juego en esta cuestión y la relación existente entre ellos:

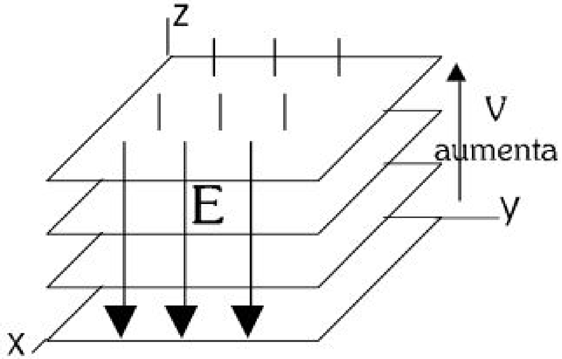
- Intensidad de campo electrostático ($\vec{E}$): fuerza por unidad de carga que sufre una partícula cargada situada en el interior del campo electrostático. Las líneas de campo indican la dirección y sentido que tiene $\vec{E}$ en cada punto del espacio.

- Potencial (V) : Energía por unidad de carga que almacena una partícula cargada en el interior del campo electrostático. Las superficies equipotenciales son aquellas en las que el valor del potencial es constante para todos sus puntos.

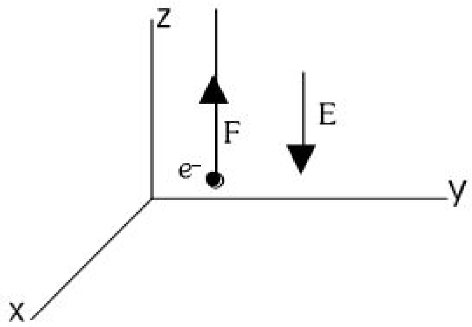
- Relación entre ambas magnitudes: $\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$ Y a la inversa, el campo eléctrico nos indica cómo varía el potencial. Concretamente, la dirección de $\vec{E}$ es aquella en la que el potencial electrostático varía más rápidamente.

Las líneas de campo electrostático son perpendiculares a las superficies equipotenciales, y su sentido es aquél en el que el potencial disminuye (decimos que las líneas de campo "van" del mayor al menor potencial)

En la cuestión que nos ocupa, el potencial varía en la dirección del eje Z, y se mantiene constante en las otras dos direcciones X e Y. Por tanto, las superficies equipotenciales son planos paralelos a OXY, como aparece en el dibujo. Las líneas de campo, al ser perpendiculares a estas superficies, deben ser rectas paralelas a OZ. Su sentido es tal que indica la disminución del potencial. Así que, si V aumenta en el sentido positivo del eje Z, el sentido del campo electrostático será el negativo del eje OZ.



b) Un electrón, como cualquier carga eléctrica q en el interior de un campo electrostático $\vec{E}$, sufrirá una fuerza dada por la expresión $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$. En este caso, como la carga del electrón es negativa, el sentido de la fuerza será el contrario al del campo electrostático. $\vec{F}$ irá en el sentido positivo del eje OZ, y la aceleración que sufre el electrón también (2ª ley de Newton: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$) . Como inicialmente la partícula estaba en reposo, el movimiento será rectilíneo uniformemente acelerado, en dirección del eje OZ y sentido positivo.



Cuestiones

a) Razonar si la Energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye, al pasar del pto A al pto B, siendo el potencial en A mayor que en B.
b) El punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo. Razonar si la carga Q es positiva o negativa (emplear también la información del apartado a).

a) La energía potencial electrostática (Ep_e) almacenada por una partícula puntual cargada q , en el interior del campo eletrostático creado por una carga puntual Q, viene dada por la expresión $Ep_e = q \cdot V$, donde V es el potencial creado por la carga Q en el punto en el que se encuentra q.

La energía potencial en A será $Ep_{eA} = q \cdot V_A$

Del mismo modo, la energía potencial en B será $Ep_{eB} = q \cdot V_B$

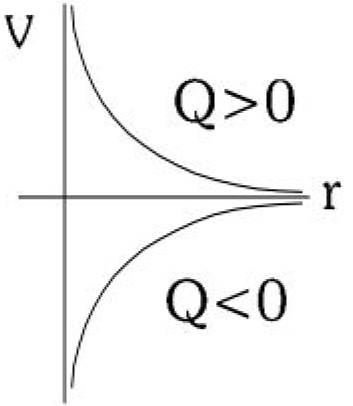
Como nos dicen que $V_A > V_B$, vemos que el hecho de que la energía puede aumentar o disminuir al pasar de A a B, dependiendo del signo de la carga q. De hecho:

- Si $q < 0$, $Ep_{eA} < Ep_{eB}$ La energía potencial aumenta al pasar de A a B.

- Si $q > 0$, $Ep_{eA} > Ep_{eB}$ La energía potencial disminuye al pasar de A a B.

b) Para resolver esta cuestión nos centramos en las características del potencial electrostático creado por una carga Q puntual.

$V = \dfrac{K \cdot Q}{r}$, donde, r es la distancia a la que se encuentra el punto estudiado, y K es la constante electrostática del medio (para el vacío $K_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2).



En el punto A $V_A = \dfrac{K \cdot Q}{r_A}$ En el punto B $V_B = \dfrac{K \cdot Q}{r_B}$

Como nos dicen que $r_A > r_B$ y que $V_A > V_B$, la única forma de ambas cosas ocurran simultáneamente es que <u>Q sea una carga negativa</u>. Puede verse más claramente en la gráfica adjunta. Cuando $Q < 0$, vemos que los puntos más cercanos tienen menor potencial (más negativo). Si la carga fuera positiva, ocurriría lo contrario, el potencial V disminuiría con la distancia.

Ejemplo dos cargas donde se anulan campo E y V

https://youtu.be/mIEKYQrb9Ng
https://youtu.be/QB0tb8RRoSg